

## 附件 1

# “数学和应用研究”重点专项 2022 年度

## 项目申报指南

### (征求意见稿)

“数学和应用研究”重点专项总体目标是：面向国家战略需求，解决一批影响未来发展的重大数学与应用问题，提升我国自主创新能力。

2022 年度指南围绕数据科学与人工智能的数学基础，科学与工程计算方法，复杂系统的分析、优化、博弈与调控，计算机数学理论与算法，基础数学重大前沿问题研究等 5 个重点任务进行部署，拟支持 26 个项目。同时，拟支持 30 个青年科学家项目。

青年科学家项目支持青年科研人员针对数学重大前沿问题潜心研究，鼓励开展另辟蹊径的前沿探索。青年科学家项目主要支持基础数学研究、少量支持应用数学前沿研究，可参考重要支持领域（标\*的方向）组织申报，但不受研究内容限制。青年科学家项目不再下设课题。

### **1. 数据科学与人工智能的数学基础\***

## 1.1 大数据重采样、分布式推断与在线学习的统计理论与算法

**研究内容：**针对大数据处理的三种基本模式：重采样、分布式与在线处理，建立大数据分析的统计学理论与方法。建立带隐私保护、防恶意攻击的稳健重采样技术、去中心化及通讯有效的分布式统计学习理论与方法、变结构数据流的动态在线统计推断理论与方法等。提出可扩展、收敛的高效统计推断算法，并在非独立同分布假设下建立相应统计学习的最优收敛速率估计。发展相应的统计分析软件包，并应用到 1-2 个大数据分析场景。

**考核指标：**构建大数据分析的重采样、分布式与在线处理的统计学理论与算法，提出的理论和方法在高维数据或函数型数据分析等任务上达到国际领先水平；研发相应的统计分析软件包，在智能制造或基于医疗大数据的辅助诊断等领域取得显著应用成效。

## 1.2 数据与机理融合的大数据统计推断

**研究内容：**针对具有潜在机理驱动的大数据，突破基于数据分布假设的传统统计学范式，建立数据与机理融合的大数据统计分析理论与方法。提出数据与机理融合的统计学建模与分析方法、基于数据机理模型的非参数/半参数方法与理论、特定机理产生的非欧结构数据的特征表达与检验、数据

机理结合的因果学习等。研发相应的统计分析软件包，并应用到 1-2 个典型的大数据分析场景。

**考核指标：**提出数据机理融合的新型统计建模方法与算法，达到国际领先水平；构建验证机理模型合理性的非参数/半参数统计推断理论，建立特定机理产生的非欧数据特征表达与检验方法，提出数据机理结合的因果推断方法；研发相应的统计分析软件包，在卫星遥感与医疗影像大数据等领域的应用中取得显著成效。

### 1.3 大规模优化问题的智能算法及在 5G 网络中的应用

**研究内容：**针对超大规模约束优化问题，提出基于机器学习、可扩展的优化算法。构造求解大规模约束优化问题，尤其是混合整数规划问题的机器学习/深度学习算法、建立其可行性与有效性数学理论；提出基于离散结构的新型神经网络架构和训练算法，将所提出的理论与方法应用于 5G 基站超参调整问题，取得显著成效。

**考核指标：**给出求解大规模约束问题，尤其是混合整数规划问题，可扩展的一套机器学习算法；在 5G 网络以及 4G&5G 网络协同参数优化上，实现百种不同业务场景下的网络参数智能调优，平均提升网络吞吐率 10%以上，边缘用户速率提升 20%以上；相比传统优化求解器，在不同场景中的平均优化速度提高 50%以上。

### 1.4 强化学习的数学理论与随机优化的自学习方法

**研究内容：**从强化学习与随机优化的联系角度，建立强化学习的数学理论与高效执行策略。研究强化学习迭代策略的收敛性、稳定性与泛化能力，设计智能体行为自学习、环境自适应、参数自调节的新型强化学习策略，建立随机优化的自学习理论与自适应算法。构建可囊括现有强化学习与随机优化模型的动态决策统一框架。应用所提出的方法到典型复杂场景，并取得显著成效。

**考核指标：**证明强化学习算法的收敛性、定量稳定性与泛化性，设计多类智能体行为自学习、环境自适应、参数自调节的新强化学习算法；建立随机优化的自学习理论与方法，实现性能显著超越人工选择；构建强化学习与随机优化的统一框架，在电力系统调度或无线通信应用中取得显著成效。

### **1.5 机器学习自动化的数学建模、执行策略与应用验证**

**研究内容：**研究实现机器学习假设空间、损失度量、训练数据、正则项、优化算法自动化设置/优化配置的数学框架与模型；提出实现机器学习自动化的可行、高效执行策略；建立基于统计学习的元学习泛化性理论和典型机器学习自动化算法的收敛性理论；实现数据自选择、标注自校正、模型自构建、算法自设计、任务自转换、环境自适应的机器学习自动化基础算法。应用到典型场景，取得显著成效。

**考核指标：**提出机器学习自动化的数学模型、执行策略；建立学习方法论模拟的元学习理论；应用新方法降低机器学习超

参调整率 50%以上，在典型分类、检测和分割等任务上算法性能达到国际最佳水平；应用到 1-2 个典型复杂机器学习场景(如，大规模网络教学系统实时监控、复杂通信环境下的自适应信道选择等)，取得显著成效。

## **1.6 智能化超快核磁共振成像的数学理论、方法及应用**

**研究内容：**针对核磁共振（MR）成像系统长时间扫描瓶颈和不与医生诊询直接挂勾的成像模式缺陷，提出超快扫描的 MR 成像数学理论与方法，建立医生诊询引导下的智能化 MR 成像新技术与应用新模式。建立突破压缩感知应用瓶颈的反问题求解方法与理论，提出可学习成像和模型驱动深度学习的超快 MR 成像技术；研发自适应于医生诊询的、扫描与成像分离的全栈式超快磁共振成像系统，并开展临床应用。

**考核指标：**提出突破正则项先验假设反问题求解隐正则化理论与方法，建立基于可学习成像和模型驱动深度学习的超快 MR 成像新技术，建立诊疗需求驱动的随器官和疾病自适应的采样策略与重建方法，给出自适应于医生诊询、扫描与成像分离的超快 MR 技术，成功应用于临床。新 MR 成像速度较商用 MR 系统加速 20 倍以上，实现对典型部位、典型疾病自适应医生诊询的智能 MR 扫描与成像。

## **2. 科学与工程计算方法\***

### **2.1 分子尺度新药研发关键问题可计算建模和高效算法**

**研究内容：**研究分子层面计算机辅助药物设计中关键问题的基础算法，包括基于数学原理的新型分子动力学算法及理论、长程相互作用线性标度算法、多尺度耦合数学模型和增强采样算法与理论等；研究小分子筛选、结合自由能等相关问题的可计算模型和高精度算法，以及长时间尺度定量描述药物分子反应路径的高效算法；研发适用于国产 E 级计算机的分子动力学模拟和药物设计软件。

**考核指标：**提出分子动力学新型算法，计算效率比传统算法提高一倍以上，并行效率提升不低于 30%；对全原子生物分子体系的计算规模推进到 10 亿原子量级。开发兼容国产计算芯片架构的多功能药物设计平台，计算精度达到国际先进水平（~1 kcal/mol），获得实验验证与应用示范。

## 2.2 近海工程及生态环境的数学建模和大规模高效模拟

**研究内容：**研究潮汐、环流等海洋动力对近海区域影响的降尺度模型与适用于河口近海水域宏微观多动力过程可计算数学模型；发展近海微型藻类与流体动力相互作用的生态系统模型；设计耦合波浪和柔性植被的流体力学方程解析算法；研究局部加密嵌套网格、跨嵌套网格内边界具有高精度和守恒性物质与能量跨边界传递算法，以及采用混合坐标系的三维河口海岸数值模式与近海工程并行计算技术。

**考核指标：**建立河口近海水域多过程多尺度耦合作用的数学模型，提出相应的高效计算方法。与国际主流海洋数值

模型相比，计算精度提升不低于 25%、效率提升不低于 40%；对三维非静力近似下河口海岸数值模式，计算效率提升 50% 以上；至少在 1 个重要河口海岸区域实现应用示范。

### **2.3 复杂环境下道路路面的多尺度算法**

**研究内容：**围绕交通领域复杂环境和极端条件下的路面设计与评价问题，研究考虑多结构层、多介质材料及宏微观耦合模型的路面评价多尺度算法与可靠性设计的数学理论；研究材料与结构非线性等多种因素的路面设计算法；研究极端气候条件与复杂荷载环境下材料疲劳损伤预测的计算问题。针对混凝土、水泥基等材料，研究融合微结构随机几何表征以及考虑蠕变过程的三维多尺度算法及理论。

**考核指标：**建立考虑多结构层多介质和多物理过程的路面评价多尺度算法及理论，发展多因素强耦合的路面设计算法和极端条件下材料疲劳损伤预测算法，与当前算法相比，精度提升不低于 10%。完成至少两种真实路面设计与损伤检测的数值模拟，算法精确度（与实验结果相比）达到 85% 以上。

### **2.4 极端条件下复杂流动问题数值算法与应用验证**

**研究内容：**围绕国家重大需求中的高温高压高速等极端条件下多尺度多介质大变形的复杂流动问题，研究具有保物理性质的高分辨率高精度流体计算方法，包括精细捕捉极端条件下真实流体介质（热化学，或电磁等）非平衡复杂绕流

现象与密度、温度和压力分布复杂流场高精度数值格式等；研究自然追踪流体变形、基于曲线/曲面网格的高精度数值算法；研发相应的适用于国产计算机的自主可控软件。

**考核指标：**提出计算高温热化学、电离辐射非平衡流动、传热等问题的高效高阶算法，基于单元局部拓扑可变网格自动重分、时空自适应算法等，与当前算法相比，效率提升不低于 50%、精度提升不低于 30%；所提算法在国家重大工程/国家安全等领域实现有效性验证与重要应用示范。

### **3. 复杂系统的分析、优化、博弈与调控\***

#### **3.1 新能源电力系统若干关键技术的数学理论与算法**

**研究内容：**研究以新能源为主体的新型电力系统演化路径的数学表征理论与最优路径规划方法；新型电力能源设备与大规模能源网络耦合的高维矩阵等值降阶理论与计算方法；新型大规模电力能源网络非线性振荡的数学表征理论与求解方法；高度不确定能源供需多时空尺度平衡的大规模、多目标、非凸优化问题建模与高效求解算法及算法收敛性；大规模分布式能源网络多主体随机博弈的均衡理论与博弈学习进化方法及收敛性与稳定性。

**考核指标：**以新能源电力能源系统高性能计算分析需求为背景，求解等值的偏微分/微分方程阶数达到 10000 阶以上，暂动态时间常数跨越 1 微秒~分钟级，研发新型电力设备和大规模电力电子化网络计算软件，计算结果与实证平台实测



数据误差小于 1%。建立大规模分布式能源网络优化运行与随机博弈计算环境，优化算法较主流算法速度提升 20%。

### 3.2 分层集群系统的决策控制一体化理论与方法

**研究内容：**从感知辨识、优化博弈决策、动态控制设计，构建多源数据协同感知和系统辨识理论和方法，设计多尺度分组分布式在线优化算法；研究多任务多约束分层竞合博弈算法，设计信息层与物理层高度融合的群体智能算法，形成复杂多集群系统的协同决策与安全控制的一体化设计理论体系，并开展高动态环境下面向速度约束、机动能力约束等复杂约束的飞行器集群博弈决策的仿真验证。

**考核指标：**协同感知和系统辨识算法效率提升 10%；建立博弈算法仿真级平台，上百飞行器协同任务执行效率较单飞行器提升 10%，控制的安全性等性能提高 10%；自主决策和智能控制一体化设计的理论框架和算法和仿真级平台，高速飞行器集群在线任务决策时间不大于 2s。

### 3.3 精准医学的多尺度因果数学理论与应用

**研究内容：**从分子、网络、动力系统等多个角度，构建典型组学数据的数学公理化、低维表征、耦合集成理论；构建基于单细胞数据的流形空间嵌入、表征和鉴定理论，建立从细胞到组织的时空状态、通讯和调控动力学方程；构建多层调控网络模型，从基因组、表观组、转录组、蛋白组、三维基因组、细胞图谱到表型组，建立融合最优化、统计和动

力系统的因果模型，设计算法推断跨尺度因果关联；应用于糖尿病等多种复杂慢性疾病，对临床关心的早期诊断和筛选个性化药物，结合定量预测和分子机理，研制辅助诊疗方案。

**考核指标：** 生物医学数据的数学表示与集成方法相比基准方法，效率提升 10%；单细胞时空动态调控模型精度提升 10%；模型和数据融合的算法软件效率或效果超越现有方法 10%；数据分析工具 6 套以上，整合分析 workflow 1 套以上，某类复杂慢性疾病的预警系统和辅助个性化诊疗流程各 1 套。

## **4. 计算机数学理论与算法\***

### **4.1 代数几何码的数学理论与方法**

**研究内容：** 发展代数几何码的设计、编译码算法与密码应用的数学理论及方法。研究有限域及 **Galois** 环上代数曲线理论；研究基于代数几何理论的经典纠错码、存储码、秩距离码、插入删除纠错码构造方案；设计代数几何码的快速编码算法及唯一译码、列表译码算法；推动代数几何码在安全多方计算等方面的密码应用。

**考核指标：** 构建新型代数几何码的设计方案与快速编译码算法的数学理论框架与方法；构造有理点个数达到或接近 Hasse-Weil 界的代数曲线；发展相应的代数几何码理论，在安全多方计算等密码领域取得显著的应用成效。

### **4.2 网络信息论的关键数学基础**

**研究内容：** 研究多信源多信宿相互影响等无线网络环境

下的信息论，实现最优或渐近最优的多用户编码，包括给定无线通信网络的最大通信容量及通信策略、基于反馈机制的编解码方法等；研究信息相依性、编解码非对称等一般情形下的信源无损压缩极限理论与自适应编码算法；研究大规模通信网络的最优控制、通信网络拓扑结构演化模型、网络排队建模与性能分析、网络级流量矩阵近似快速计算等问题。

**考核指标：**建立网络通信最大通信容量及编码方法、网络信息论基本不等式、有限信息反馈下的信道最佳使用策略基础理论，提高传输速率近 $\sqrt{n}$ 倍（ $n$ 为用户数）；提出信源无损压缩极限理论与自适应编码算法；建立大规模网络资源优化、基本业务建模、近似计算等数学理论，计算效率提高50%。

### 4.3 安全攸关软件框架验证的数学方法与应用

**研究内容：**对安全攸关软件框架安全需求进行形式化描述，建立软件安全控制行为逻辑，提出复杂约束高效求解算法；研究基于机器学习的软件形式化验证与测试方法；研究数据与机理驱动的自动化软件框架形式化建模与验证方法；研究基于数据驱动与机理融合的复杂系统智能预测与控制方法及其正确性验证的数学方法；开发软件安全性形式化验证核心软件模块，并应用于航空、航天等安全攸关系统验证。

**考核指标：**复杂约束求解算法计算效率提升不低于20%；基于机器学习的验证与测试方法效率提高不低于50%；数据

与机理驱动的智能化预测模型，比单纯基于机理的建模方法准确率提高 15%；航空、航天关键软件框架形式化验证有效性提升不低于 50%。

#### **4.4 自由曲面设计、分析与制造一体化的数学方法及应用**

**研究内容：**构建自由曲面设计、分析、制造与数控加工一体化的数学理论与高效算法，包括：融合几何设计与加工过程的时间样条数学理论；融合几何设计与分析的新型样条理论以及偏微分方程数值、符号与机器学习求解理论与算法；实用约束下自由曲面最优加工路径-速度联合规划的深度学习与最优控制方法。形成具有自主知识产权的核心软件模块，在典型发动机零部件等高精密加工中进行验证。

**考核指标：**构建设计、分析与制造一体化理论与算法。几何设计与加工融合算法，比非一体化方法精度提升 5%、加工效率提升 20%；数值、符号与机器学习融合求解方法效率提升 100%；设计、加工路径-速度联合规划方法效率提升 20%；发动机零部件制造的设计与加工在总体效率提升 20% 以上。

### **5. 基础数学重大前沿问题研究\***

#### **5.1 朗兰兹纲领、L 函数与志村簇**

进一步发展朗兰兹纲领、自守型理论，应用表示论研究自守周期与自守 L 函数的算术性质，对自守 L 函数的特殊值、

中心导数等算术性质给出具体刻画;研究 BSD 猜想及高维推广相关, 如关于 Bloch-Kato Selmer 群、志村簇周群的 Beilinson-Bloch-Kato 猜想, 给出 L 函数及  $p$  进 L 函数中心值及其导数与 Selmer 群、志村簇周群等算术对象的联系, 对 BSD 猜想及高维推广取得进展;探索朗兰兹纲领的几何实现以及志村簇的基本结构;研究志村簇等算术对象上的  $p$  进自守型、 $p$  进 L 函数、及伽罗瓦表示、岩泽理论等相关理论。

### 5.2 几何中重要方程紧性、正则性与存在性

建立 Calabi 流及其他数量曲率流的长时间存在性、收敛性;研究半稳定向量丛摄影化丛上常纯量曲率凯勒度量和极化度量的存在性, 用向量丛的稳定性来刻画相应的几何不变量;建立复向量丛上形变 Hermitian-杨-Mills 度量的存在性与代数几何稳定性之间的关系以及相关的陈数不等式;研究线丛上某些退化形变 Hermitian-杨-Mills 度量, 研究 Monge-Ampère 方程及最优传输问题中的自由边界的正则性;研究广义平均曲率临界条件下 varifold 的局部正则性理论并给出此类 varifold 的拓扑结构。

### 5.3 黎曼流形的奇异性分析及其应用

研究黎曼流形的 Gromov-Hausdorff 极限空间理论、代数簇上典则度量、几何变分理论。发展流形奇异分析, 研究 Ricci 曲率有下界的实流形与 Kähler 流形的极限空间的度量奇点、拓扑奇点、度量正则集结构;研究非塌缩爱因斯坦流形的极

限空间是否具有实解析结构以及极限空间的切锥是否唯一。研究代数簇上典则度量的存在性与紧性；研究黎曼流形上的古典最优运输问题的正则性；研究超曲面预定曲率问题的可解性和与流形几何拓扑间的关系；研究超曲面等周型不等式。

#### 5.4 变分理论与杨-Mills 规范场存在性和质量间隔假设

研究杨-Mills 规范场存在性和质量间隔假设问题。研究 Kähler 几何具有圆锥 (conic) 度量的流形上的圆锥 Yamabe 问题。研究稳定或有限 Morse 指标解的分类猜想，以及更一般相变模型的 De Giorgi 猜想、非局部极小曲面的 Bernstein 型猜想。研究 Lane-Emden 猜想及相应抛物系统的 Liouville 型定理。发展变分和分歧理论，研究非线性 Maxwell 方程组解的存在性和性质，建立完全非线性方程变分框架。发展 Banach 空间 Morse 理论、非光滑分析理论，建立新的极大极小定理，解决非线性偏微分方程前沿问题。

#### 5.5 调和分析及应用

研究关于球拟 Banach 空间的函数空间实变理论；研究 Hardy 空间理论，并用于研究粗糙系数波方程的局部光滑性；建立粗糙核奇异积分算子的端点估计及弱极限行为；研究高维 Luzin 猜测相关的“四大猜测”：Bochner-Riesz 猜测、Kakeya 猜测、限制性猜测、局部光滑性猜测；研究函数积分之微分问题的 Halo 猜测、Zygmund 猜测；研究非紧流形上椭圆算子的谱乘子理论；通过 Besov 空间等建立半波算子对应的局

部光滑性及 **cinematic** 曲率条件下 **Fourier** 积分算子的局部光滑性；建立相位恢复框架的性质和构造方法，给出从无相位采样值快速重构信号的算法及其稳定性。

### 5.6 微分动力系统及其遍历理论

研究与双曲性有关的部分双曲系统、奇异双曲系统等系统的拓扑与遍历性质；研究通有的耗散部分双曲系统的谱分解性质以及 **Sinai-Ruelle-Bowen** 测度的存在性以及有限性；证明简单的 **Morse-Smale** 系统与具有 **Smale** 马蹄的系统的二分性。系统研究部分双曲系统的子丛的可积性与横截方向指数刚性的关系。研究部分双曲系统的  $C^r$  封闭引理、 $C^r$  连接引理和  $C^r$  结构稳定性猜测等。

### 5.7 Hilbert 第 16 问题与动力系统分岔理论

研究一簇平面实代数曲线的构型，包括多项式 **Hamilton** 系统的中心个数、分布与构型；研究 **Arnold** 提出的弱化 **Hilbert 16** 问题，即周期环域上极限环分岔及其个数上界问题；研究 **Smale** 提出的弱化版本，即 **Lienard** 系统极限环个数问题，发展非法向双曲条件下的奇异摄动分岔理论。研究高维或非自治系统的约化问题，发展可积、正规形、不变流形理论和混沌理论；研究高余维退化系统的开折与大参数全局分岔全局动力学问题；研究动力系统产生复杂动力学现象的分岔机制，建立连续流与其映射之间动力学复杂性的关联，为刻画遍历性和混沌提供新的研究工具。

## 5.8 随机偏微分方程及相关理论和方法

针对具有重要物理背景的概率模型，发展随机偏微分方程及相关的理论和方法，包括 Kardar-Parisi-Zhang (KPZ) 方程、路径依赖随机偏微分方程、随机 Keller-Segel 模型、分支过程和树结构系统等。研究主要模型的相变和普适性质，给出模型相变阶的精确描述或估计。建立随机偏微分方程的适定性、正则性、遍历性、稳定性等，给出求解算法和内蕴机理的分析。研究模型经验分布过程的极限，发展 Wasserstein 空间上的随机分析理论。研究测度空间上的随机微分方程和测度值随机过程。研究最优传输问题和测度集中现象。

## 5.9 不确定系统中的概率模型及分析

围绕不确定系统中的概率模型及相关问题开展研究，探索有效的数学方法和工具。发展随机偏微分方程的适定性、正则性质与遍历性理论；发展倒向随机微分方程的理论与方法；研究微观时空随机复杂系统的宏观极限、大偏差概率和波动极限；发展平均场理论及其应用；研究与分枝随机游动、平均场模型、多尺度模型的相变等相关问题；研究若干典型模型的普适性问题。